

S.C.No.—2104102

**B. Sc. (Medical/Non-Medical/Comp. Sc./
Actuarial Sc.) EXAMINATION, 2023**

(First Semester)

(2021 & 2022 Batch) (For Main/Re-appear)

MATHEMATICS

20UMTH102

Calculus

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 40

Note : Attempt *Five* questions in all, selecting *one* question from each Unit. Q. No. 9 is compulsory.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए । प्रश्न संख्या 9 अनिवार्य है ।

(2-J23-04/6) H-2104102(UG1-894)(TR)

P.T.O.

<https://www.cbluonline.com>

Unit I

इकाई I

1. (a) If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, prove that : 4

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$$

यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, तो सिद्ध कीजिए :

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$$

- (b) Expand $\sin(e^x - 1)$ upto the term including x^4 . 4

$\sin(e^x - 1)$ का उस पद तक प्रसार कीजिए जिसमें x^4 हो ।

2. (a) Show that the radius of curvature at any point $P(x, y)$ of the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ is given by $\rho^3 = 27axy$. 4

H-2104102(UG1-894)(TR)

2

<https://www.cbluonline.com>

दिखाइए कि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ की बिंदु $P(x, y)$ पर वक्रता त्रिज्या $\rho^3 = 27axy$ द्वारा दी जाती है ।

- (b) Find the circle of curvature at $\left(\frac{b}{4}, \frac{b}{4}\right)$ on the curve $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$. 4

वक्र $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ पर $\left(\frac{b}{4}, \frac{b}{4}\right)$ पर वक्रता वृत्त निकालिए ।

Unit II

इकाई II

3. (a) Find all the asymptotes of the curve : 4
 $x^3 + 4x^2y + 4xy^2 + 5x^2 + 15xy + 10y^2 - 2y + 1 = 0$

निम्नलिखित वक्र की सभी अनंतस्पर्शियाँ निकालिए :

$$x^3 + 4x^2y + 4xy^2 + 5x^2 + 15xy + 10y^2 - 2y + 1 = 0$$

- (b) Find the asymptotes of the curve : 4

$$r = a \sec \theta + b \tan \theta.$$

वक्र $r = a \sec \theta + b \tan \theta$ की अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए ।

4. (a) Examine the curve $x^3 + 2x^2 + 2xy - y^2 + 5x - 2y = 0$ for singular point and show that it is a cusp. 4

वक्र $x^3 + 2x^2 + 2xy - y^2 + 5x - 2y = 0$ का एकल बिंदु हेतु परीक्षण कीजिए तथा दिखाइए कि यह एक cusp है ।

- (b) Show that the line joining the points of inflexion of the curve $y^2(x-a) = x^2(x+a)$ makes an angle $\frac{\pi}{3}$ at the origin. 4

दर्शाइए कि वक्र $y^2(x-a) = x^2(x+a)$ के इन्फ्लेक्शन बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा मूलबिन्दु पर कोण $\frac{\pi}{3}$ बनाती है ।

Unit III

इकाई III

5. (a) Connect $I_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ with $I_{m-2,n}$. Hence solve $I_{4,2}$. 4

$I_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ को $I_{m-2,n}$ से जोड़िए । अतः $I_{4,2}$ को हल कीजिए ।

- (b) Find the length of an arc of parabola $x^2 = 4by$ cut off by latus rectum. 4

नाभिलंब द्वारा कटे परवलय $x^2 = 4by$ के चाप की लंबाई ज्ञात कीजिए ।

6. (a) Find the area of the region enclosed between two circles $x^2 + y^2 = 4$ and $(x-2)^2 + y^2 = 4$. 4

दो वृत्तों $x^2 + y^2 = 4$ तथा $(x+2)^2 + y^2 = 4$ के बीच आच्छादित क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालिए ।

- (b) Find the volume of the solid formed by revolution of one arch of the cycloid $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 + \cos \theta)$ about its base. 4

चक्राभ $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 + \cos \theta)$ का इसके आधार के परितः एक चाप के घूमने से बने ठोस का आयतन निकालिए ।

Unit IV

इकाई IV

7. (a) Solve $\iint_R \sqrt{4x^2 - y^2} dx dy$, where R is the region bounded by the lines $y = 0, y = x, x = 1$. 4

$\iint_R \sqrt{4x^2 - y^2} dx dy$ को हल कीजिए, जहाँ R

कोई क्षेत्र है जो रेखाओं $y = 0, y = x, x = 1$ से बद्ध है ।

(b) Solve $\iiint_V z^2 dx dy dz$, where V is interior

of sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. 4

$\iiint_V z^2 dx dy dz$ को हल कीजिए, जहाँ V गोले

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का आंतरिक भाग है ।

8. (a) Find the volume of a sphere of radius 'b'. 4

त्रिज्या 'b' के किसी गोले का आयतन ज्ञात कीजिए ।

(b) Using Dirichlet's integral, show that

volume of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

is $\frac{4}{3}\pi abc$. 4

डिरिच्लेट समाकल का प्रयोग करके दिखाइए कि

दीर्घवृत्ताभ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ का आयतन

$\frac{4}{3}\pi abc$ होता है ।

Compulsory Question

अनिवार्य प्रश्न

9. (a) Find n th derivative of $\cos^3 x$. 1

$\cos^3 x$ का n वाँ अवकलज ज्ञात कीजिए ।

(b) Find radius of curvature for the curve $r = a(1 - \cos \theta)$. 2

वक्र $r = a(1 - \cos \theta)$ हेतु वक्रता त्रिज्या निकालिए ।

(c) Evaluate : 2

$$\int_0^1 \frac{x^4}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^1 \frac{x^4}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

(d) State Pappus and Guldin's theorem for volumes of revolution. 1

परिभ्रमण आयतनों हेतु पैपस व गल्डिन प्रमेय को निकालिए ।

(e) Define singular point. 1
विचित्र बिंदु (singular point) को परिभाषित कीजिए ।

(f) Find asymptotes parallel to the co-ordinate axes for the curve : 1

$$x^2y^2 - a^2(x^2 + x) - a^3(y + a) = 0$$

वक्र $x^2y^2 - a^2(x^2 + x) - a^3(y + a) = 0$ हेतु निर्देशांक अक्षों के समांतर अनंतस्पर्शियाँ निकालिए ।