S.C.No.—2009205

B.Sc. (Hons.) EXAMINATION, 2024

(Main) (Second Semester)

MATHEMATICS

BHM 125

Regression Analysis and Probability

Time : 3 *Hours* *Maximum Marks* : 80

Note : Attempt *Five* questions in all. Q. No. **1** is compulsory. All questions carry equal marks.

कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए । प्रश्न संख्या **1** अनिवार्य है । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

1. (a) Define regression coefficients.

प्रतिगमन गुणांक को परिभाषित कीजिए ।

(b) What do you mean by standard error of estimate ?

अनुमान की मानक त्रुटि से आप क्या समझते हैं ?

(c) Give Statistical and axiomatic definition of probability.

प्रायिकता की सांख्यिकीय और स्वयंसिद्ध परिभाषा दीजिए ।

(d) Find the probability of 53 Sundays in a leap year selected at random.

यादृच्छिक रूप से चुने गए एक लीप वर्ष में 53 रविवारों की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

(e) Define random variable with example.

यादृच्छिक चर को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए ।

(f) If $p(x) = \frac{x}{15}; x = 1,2,3,4,5$. Find P(X = 1 *or* X = 2).

यदि $p(x) = \frac{x}{15}; x = 1,2,3,4,5$ तो P(X = 1 या X = 2) को ज्ञात कीजिए।

(g) Explain the concept bivariate random variable.

द्विचर यादृच्छिक चर की अवधारणा को समझाइए ।

(h) What are measures of skewness and kurtosis ?

विषमता और कुकुदता के माप क्या हैं ?

2. (a) Explain the concept of regression and comment on its utility. Also distinguish between correlation and regression.

प्रतिगमन की अवधारणा को समझाइए और इसकी उपयोगिता पर टिप्पणी कीजिए । सहसंबंध और प्रतिगमन के बीच अंतर भी बताइए ।

(b) The following table gives the age of husband and wife :

Age of husband :	40	25	22	28	26	35	32
Age of wife :	35	18	15	22	17	25	28

Estimate the age of husband when the age of wife is 19 years.

निम्नलिखित तालिका पति और पत्नी की आयु बताती है :

पति की उम्र :	40	25	22	28	26	35	32
पत्नि की उम्र :	35	18	15	22	17	25	28

जब पत्नी की उम्र 19 वर्ष हो, तो पति की उम्र का अनुमान लगाइए ।

3. Fit a curve $y = ab^x$ of the given data by the method of least squares :

Year :	2000	2001	2002	2003	2004
Values :	10	15	20	25	30

न्यूनतम वर्ग विधि द्वारा दिए गए डाटा का एक वक्र $y = ab^x$ आसंजन कीजिए :

वर्ष :	2000	2001	2002	2003	2004
मूल्य :	10	15	20	25	30

4. (a) State and prove addition theorem of probability.

संभाव्यता का योग प्रमेय बताइए और सिद्ध कीजिए ।

(b) The probability that a boy will get a scholarship is 0.90 and that a girl will get is 0.80. What is the probability that atleast one of them will get the scholarship ?

एक लड़के को छात्रवृत्ति मिलने की प्रायिकता 0.90 है और एक लड़की को मिलने वाली प्रायिकता 0.80 है । इसकी क्या प्रायिकता है कि उनमें से कम से कम एक को छात्रवृत्ति मिलेगी ?

5. (a) State and prove Boole's inequality.

बूले की असमानता बताइए और सिद्ध कीजिए।

(b) A can hit a target 4 times in 5 shots. B can hit 3 times in 4 shots and C can hit twice in 3 shots. They fire a volley. What is the probability that atleast two shots hit the target ?

A किसी लक्ष्य को 5 शॉट्स में 4 बार मार सकता है । B, 4 शॉट्स में 3 बार मार सकता है और C, 3 शॉट्स में दो बार मार सकता है । वे वॉली फायर करते हैं । इसकी क्या प्रायिकता है कि कम से कम दो शॉट्स लक्ष्य पर लगेंगे ?

6. (a) State and prove Baye's theorem of probability.

बेयस के प्रायिकता प्रमेय को बताइए और सिद्ध कीजिए ।

(b) A purse contains three two rupee coins and four one rupee coins. Another purse

contains four two rupee coins and five one rupee coins. A two-rupee coin has been taken out from one of the purse. Find out the probability that it is from the first purse.

एक पर्स में दो रुपये के तीन सिक्के और एक रुपये के चार सिक्के हैं । दूसरे पर्स में दो रुपये के चार सिक्के और एक रुपये के पांच सिक्के हैं । एक पर्स से दो रुपये का सिक्का निकला है । इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पहले पर्स से है ।

7. (a) Describe a distribution function and discuss its properties.

एक वितरण फलन का वर्णन कीजिए और उसके गुणों पर चर्चा कीजिए ।

(b) A continuous random variable X has a probability density function :

$$f(x) = 3x^2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

Find a and b such that :

(i) $P(X \leq a) = P(X > a)$

(ii) $P(X > b) = 0.05$

एक सतत यादृच्छिक चर X में प्रायिकता घनत्व फलन होता है :

$$f(x) = 3x^2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

a और b को ज्ञात कीजिए :

(i) $P(X \leq a) = P(X > a)$

(ii) $P(X > b) = 0.05$

8. The joint probability density function of two-dimensional variable (X, Y) is of the form :

$$f(x,y) = \begin{cases} ke^{-(x+y)}; & 0 \leq y < x < \infty \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

(i) Determine the constant k.

(ii) Find marginal density functions of X and Y.

(iii) Find the conditional probability density function X given Y and Y given X.

(iv) Compute $P(Y \geq 3)$.

द्वि-आयामी चर (X, Y) का संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन इस प्रकार है :

$$f(x,y)=\begin{cases} ke^{-(x+y)}; & 0 \le y < x < \infty \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

(i) स्थिरांक k ज्ञात कीजिए ।

(ii) X और Y का सीमांत घनत्व फलन ज्ञात कीजिए ।

(iii) सशर्त प्रायिकता घनत्व फलन X को Y दिया गया है और Y को X दिया गया है ।

(iv) $P(Y \geq 3)$ की गणना कीजिए ।

9. (a) Two discrete random variables X and Y have :

$P(X = 0, Y = 0) = \frac{2}{9}$; $P(X = 0, Y = 1) = \frac{1}{9}$; $P(X = 1, Y = 0) = \frac{1}{9}$ and $P(X = 1, Y = 1) = \frac{5}{9}$. Test whether X and Y are independent.

दो असतत् यादृच्छिक चर X और Y में हैं :

$P(X = 0, Y = 0) = \frac{2}{9}$; $P(X = 0, Y = 1) = \frac{1}{9}$; $P(X = 1, Y = 0) = \frac{1}{9}$ और $P(X = 1, Y = 1) = \frac{5}{9}$. परीक्षण कीजिए कि क्या X और Y स्वतंत्र हैं ।

(b) What is mathematical expectation ? Describe expectation of a linear combination of random variables.

गणितीय अपेक्षा क्या है ? यादृच्छिक चरों के रैखिक संयोजन की अपेक्षा का वर्णन कीजिए।