

S.C.No.—2009303

B.Sc. (Hons.) EXAMINATION, Dec, 2024

(Main/Reappear)

(Third Semester)

MATHEMATICS

BHM 233

Statics

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 60

Note : Attempt *Five* questions in all, selecting *one* question from each Unit. Q. No. 9 is compulsory. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई में से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए । प्रश्न क्र. 9 अनिवार्य है । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

(3-1224-15/5) H-2009303(UG411)

P.T.O.

Unit I

इकाई I

1. (a) AB and AC are two strings 9 m and 12 m. long attached two pegs B and C at a horizontal distance 15 m apart. Find the tensions in the strings when a weight of 10 kg is suspended from A.

AB और AC दो तार हैं जिनकी लम्बाई 9 मीटर और 12 मीटर है तथा जो दो खूंटियों B और C से 15 मीटर की क्षैतिज दूरी पर जुड़े हुए हैं। जब 10 किग्रा का भार A से लटकाया जाता है, तो तारों में तनाव ज्ञात कीजिए।

(b) Two unlike parallel forces P and Q ($P > Q$), x metre apart act at two points of a rigid body. Show that if direction of P be reversed, the resultant is displaced through a distance $\frac{2PQ}{P^2 - Q^2} x$ metres.

दो असमान समान्तर बल P और Q ($P > Q$), x मीटर की दूरी पर एक दृढ़ पिंड के दो बिंदुओं पर कार्यरत हैं। दर्शाइए कि यदि P की दिशा उलट दी जाए, तो परिणामी बल $\frac{2PQ}{P^2 - Q^2} x$ मीटर की दूरी से विस्थापित होता है।

2. (a) Three forces $3P$, $7P$, $5P$ act along the sides AB , BC , CA of an equilateral triangle ABC . Find the magnitude and

direction of their resultant and find also the point E in which the line of action meets BC.

तीन बल 3P, 7P, 5P एक समबाहु त्रिभुज ABC की भुजाओं AB, BC, CA पर कार्य करते हैं। उनके परिणामी का परिमाण और दिशा ज्ञात कीजिए तथा वह बिंदु E भी ज्ञात कीजिए जहाँ क्रियारेखा BC से मिलती है।

- (b) Forces of magnitudes 1, 2, 3, 4, $2\sqrt{2}$ act respectively along the sides AB, BC, CD, DA and diagonal AC of the square ABCD of a side a . Show that their resultant is a couple and find its moment.

1, 2, 3, 4, $2\sqrt{2}$ परिमाण के बल क्रमशः

भुजाओं AB, BC, CD, DA और भुजा a के
वर्ग ABCD के विकर्ण AC के अनुदिश कार्य
करते हैं । दर्शाइए कि उनका परिणामी बल युग्म
है और उसका आघूर्ण ज्ञात कीजिए ।

Unit II

इकाई II

3. (a) A uniform beam of length $2a$, rests in
equilibrium against a smooth vertical wall
and upon a peg at a distance ' b ' from
the wall. Show that the inclination of the

beam to the vertical is $\sin^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{3}}$.

$2a$ लम्बाई की एक एकसमान बीम एक चिकनी ऊर्ध्वाधर दीवार के सामने तथा दीवार से ' b ' दूरी पर एक खूँटी पर संतुलन में टिकी हुई है। दर्शाइए कि बीम का ऊर्ध्वाधर झुकाव

$$\sin^{-1} \left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{4}{6} \text{ है।}$$

- (b) The force acting parallel to a rough inclined plane of inclination α to the horizon, just sufficient to draw a weight up the plane is n times the force which will just let it be on the point of sliding down the plane. Prove that :

$$\tan \alpha = \mu \frac{n+1}{n-1}.$$

क्षैतिज से खुरदरे आनत तल α के समानांतर कार्य करने वाला बल, जो किसी भार को तल पर ऊपर खींचने के लिए पर्याप्त है, उस बल का n गुना है जो उसे तल पर नीचे की ओर फिसलने वाले बिंदु पर रहने देगा। सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan \alpha = \mu \frac{n+1}{n-1}.$$

4. (a) A square hole punched out of a circular lamina, the diagonal of the square, being a radius of the circular lamina. Show that the centre of gravity of the remainder is at a distance $\frac{a}{8\pi - 4}$ from the centre of the circle, where 'a' is the diameter of the circle.

एक वृत्ताकार पटल में छिद्रित एक वर्गाकार छेद,
वर्ग का विकर्ण, वृत्ताकार पटल की त्रिज्या है।

दिखाइए कि शेष का गुरुत्व केंद्र वृत्त के केंद्र

से $\frac{a}{8\pi-4}$ की दूरी पर है, जहाँ 'a' वृत्त का
व्यास है।

(b) Find the position of the centroids

of the areas enclosed by the curves

$y^2 = ax$ and $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ on the

positive side of the axis of x.

वक्रों $y^2 = ax$ तथा $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ द्वारा

x अक्ष के धनात्मक पक्ष पर परिबद्ध क्षेत्रों के

केन्द्रों की स्थिति ज्ञात कीजिए।

Unit III

इकाई III

5. (a) Four equal jointed rods each of length a , are hung from an angular point which is connected by an elastic string with the opposite point. If the rods hang in the form of a square and if the modulus of elasticity of the string be equal to the weight of a rod, show that the natural length of the string is $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

चार समान संयुक्त छड़ें जिनमें से प्रत्येक की लम्बाई a है, एक कोणीय बिंदु से लटकाए जाते हैं जो विपरीत बिंदु के साथ एक लोचदार स्ट्रिंग

द्वारा जुड़ा होता है । यदि छड़ें वर्ग के रूप में लटकी हों तथा डोरी का प्रत्यास्थता मापांक छड़ के भार के बराबर हो तो दर्शाइए कि डोरी की प्राकृतिक लम्बाई $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ है ।

- (b) Two rods each of weight wl and length l , are hinged together and placed astride a smooth horizontal cylindrical peg of radius r . Then the lower ends are tied together by a string and the rods are left at the same inclination ϕ to the horizontal. Find the tension at the string and if the string be slack, show that ϕ satisfies the equation $\tan^3 \phi + \tan \phi = \frac{1}{2r}$.

वजन wl और लम्बाई l वाली दो छड़ें आपस में जुड़ी हुई हैं और त्रिज्या r की एक चिकनी क्षैतिज बेलनाकार खूँटी पर रखी गई हैं। फिर निचले सिरों को एक धागे से बाँध दिया जाता है और छड़ों को क्षैतिज से समान झुकाव ϕ पर छोड़ दिया जाता है। डोरी पर तनाव ज्ञात कीजिए और यदि डोरी ढीली है, तो दिखाइए कि ϕ समीकरण $\tan^3 \phi + \tan \phi = \frac{1}{2r}$ को संतुष्ट करता है।

6. (a) Find the equations of the central axis of any given system of forces acting on a rigid body.

किसी दृढ़ पिंड पर कार्यरत बलों के किसी दिए गए तंत्र के केंद्रीय अक्ष के समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (b) A force F acts along the axis of x and a force nF along a straight line, intersecting the axis of y at a distance c from the origin and parallel to the plane of zx . Show that as this straight line turns round the axis of y , the central axis of the forces generates the surface $[n^2x^2 + (n^2 - 1)z^2](c - y)^2 = y^2x^2$.

एक बल F , x की धुरी के साथ कार्य करता है और एक बल nF एक सीधी रेखा के साथ कार्य करता है, जो y की धुरी को मूल बिंदु से दूरी c पर काटती है और zx के तल के समानांतर होती है। दिखाइए कि जैसे ही यह सीधी रेखा y की धुरी के चारों ओर घूमती है, बलों की केंद्रीय धुरी सतह $[n^2x^2 + (n^2 - 1)z^2](c - y)^2 = y^2x^2$ उत्पन्न करती है।

Unit IV

इकाई IV

7. (a) Two forces P and Q are such that their central axis is given in position and the line of action of P is given. Show that the locus of the line of action of Q is a conicoid.

दो बल P और Q इस प्रकार हैं कि उनकी केंद्रीय अक्ष स्थिति में दी गई है और P की क्रियारेखा दी गई है। दर्शाइए कि Q की क्रिया रेखा का बिन्दुपथ एक शांकवज है।

- (b) Find the null point of the plane $x + y + z = 0$ for the force system $(X, Y, Z; L, M, N)$.

बल प्रणाली $(X, Y, Z; L, M, N)$ के लिए समतल $x + y + z = 0$ का शून्य बिंदु ज्ञात कीजिए।

8. (a) Two equal particles are connected by a light string which is slung over the top of a smooth vertical circle. Verify that the position of equilibrium is unstable (It may be supposed that both particles rest on the circle so that the length of the string is less than one-half of the circumference of the circle).

दो बराबर कण एक हल्के धागे से जुड़े हुए हैं जिसे एक चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त के शीर्ष पर लटकाया गया है। सत्यापित कीजिए कि संतुलन की स्थिति अस्थिर है (यह माना जा सकता है कि दोनों कण वृत्त पर इस प्रकार टिके हुए हैं कि धागे की लम्बाई वृत्त की परिधि के आधे से भी कम है)।

- (b) A uniform cubical box of edge a is placed on the top of a fixed sphere, the centre of the face of the cube being in contact with the highest point of the sphere. What is the least radius of the sphere for which the equilibrium will be stable ?

किनारे a का एक समान घनाकार बॉक्स एक स्थिर गोले के शीर्ष पर रखा गया है व घन के चेहरे का केंद्र गोले के उच्चतम बिंदु के संपर्क में है । गोले की वह न्यूनतम त्रिज्या क्या है जिसके लिए संतुलन स्थिर रहेगा ?

Unit V

इकाई V

9. (a) Find the center of gravity of a uniform rod.

किसी एकसमान छड़ का गुरुत्व केन्द्र ज्ञात कीजिए ।

(b) Define null line and null plane.

शून्य रेखा और शून्य समतल को परिभाषित कीजिए ।

(c) State Lami's theorem.

लामी का प्रमेय बताइए ।

(d) Find the resolved part of a force F in a direction making an angle equal to $\tan^{-1}\left[\frac{3}{4}\right]$ with its direction.

किसी बल F का उस दिशा में गया भाग ज्ञात कीजिए जो अपनी दिशा के साथ $\tan^{-1}\left[\frac{3}{4}\right]$ के बराबर कोण बनाता है ।