(2UG331)

Roll No. _____

S.C.No.—2101220

B.A./B.Sc. EXAMINATION, 2022

(Second Semester) (Main)

MATHEMATICS

2MUMTH201

Number Theory and Trigonometry

Time : 3 Hours Maximum Marks : 40

Note : Attempt five questions in all. All questions carry equal marks.

कुल पाँच प्रश्नों का हल कीजिए । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

Section I

खण्ड I

1. (a) Prove that product of two integers is equal to the product of their L.C.M. and G.C.D. 4

सिद्ध कीजिए कि दो पूर्णांकों का गुणनफल उनके L.C.M. तथा G.C.D. के गुणनफल के बराबर होता है ।

(b) Show that there are infinitely many primes of the form $4n-1$. 4

दिखाइए कि $4n-1$ के रूप की अनंत रूप से कई अभाज्य संख्याएँ होती हैं ।

2. (a) Find the least positive incongruent solution of $7x \equiv 5 (\text{mod } 256)$. 4

$7x \equiv 5 (\text{mod } 256)$ का न्यूनतम धनात्मक incongruent (असंगत) हल ज्ञात कीजिए ।

(b) State and prove converse of Wilson's Theorem. 4

विल्सन के प्रमेय का विपरीत लिखकर सिद्ध कीजिए ।

Section II

खण्ड II

3. (a) Show that $\phi(n) = \phi(n+1) = \phi(n+2)$, for $n = 5186$. 4

https://www.cbluonline.com

https://www.cbluonline.com

$n = 5186$ के लिए दिखाइए कि :

$$\phi(n) = \phi(n+1) = \phi(n+2).$$

(b) Prove that for any integer $n > 1$, $\sigma(n)$ is odd iff n is a perfect square or twice a perfect square. 4

किसी पूर्णांक $n > 1$ के लिए सिद्ध कीजिए कि $\sigma(n)$ विषम है यदि और केवल यदि n पूर्ण वर्ग है या पूर्ण वर्ग का दुगुना है ।

4. (a) If $p > 3$, prove that the sum of the quadratic residues is divisible by p. 4

यदि $p > 3$, तो सिद्ध कीजिए कि quadratic residue (द्विघाती अवशेषों) का योग p द्वारा विभाज्य है ।

(b) Evaluate $\left(\frac{43}{83}\right)$. 4

$\left(\frac{43}{83}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

https://www.cbluonline.com

Section III

खण्ड III

5. (a) State and prove De Moivre's theorem. 4

डी मॉइवर प्रमेय का लिखकर सिद्ध कीजिए ।

(b) Prove that the four roots of the equation $16x^4 - 20x^2 + 5 = 0$ are $\pm \sin\frac{\pi}{5}$ and $\pm \sin\frac{2\pi}{5}$. 4

सिद्ध कीजिए कि समीकरण

$$16x^4 - 20x^2 + 5 = 0$$

के चार मूल $\pm \sin\frac{\pi}{5}$ तथा $\pm \sin\frac{2\pi}{5}$ हैं ।

6. (a) If $z = x + iy$, where x and y are real, find the real and imaginary parts of $\frac{\cos z}{z+1}$. 4

यदि $z = x + iy$, जहाँ x व y वास्तविक हैं, तो $\frac{\cos z}{z+1}$ के वास्तविक व काल्पनिक भाग निकालिए ।

(b) If $\tan(x + iy) = \cosh(\alpha + i\beta)$, prove that $\tanh\alpha \tan\beta = \operatorname{cosec} 2x \sinh 2y$. 4

https://www.cbluonline.com

यदि $\tan(x+iy) = \cosh(\alpha - i\beta)$, तो सिद्ध कीजिए कि :

(a) $\tan\beta = \cot 2x \sinh 2y$

Section IV

खण्ड IV

7. (a) Separate $\log\sin(x+iy)$ into real and imaginary parts. 4

$\log\sin(x+iy)$ को वास्तविक व काल्पनिक भाग में कीजिए ।

(b) If $\frac{(1+i)^{x+iy}}{(1-i)^{x-iy}} = \alpha + i\beta$, prove that one of the values of $\tan^{-1}\frac{\beta}{\alpha}$ is $\frac{1}{2}\pi x + y\log 2$. 4

यदि $\frac{(1+i)^{x+iy}}{(1-i)^{x-iy}} = \alpha + i\beta$ तो सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}\frac{\beta}{\alpha}$ का एक मान $\frac{1}{2}\pi x + y\log 2$ है ।

https://www.cbluonline.com

8. (a) Find the sum of cosines of n angles when the angles are in A.P. 4

n कोणों की कोज्याओं का योग ज्ञात कीजिए जब कोण A.P. (समांतर श्रेणी) में हैं ।

(b) Sum the series : 4

$$\cos\theta - \frac{1}{2}\cos 2\theta + \frac{1}{3}\cos 3\theta - \ldots\ldots\infty .$$

श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए :

$$\cos\theta - \frac{1}{2}\cos 2\theta + \frac{1}{3}\cos 3\theta - \ldots\ldots\infty .$$

Section V

खण्ड V

9. (a) Prove that ${}^nC_r$ is an integer.

सिद्ध कीजिए कि ${}^nC_r$ एक पूर्णांक है ।

(b) Show that $5^{10} - 3^{10}$ is divisible by 11.

दिखाइए कि $5^{10} - 3^{10}$ विभाज्य है 11 से ।

(c) Evalaute $\phi(462)$.

$\phi(462)$ का मान निकालिए ।

https://www.cbluonline.com

(d) If $n>1$ is not a prime, prove that $\sigma(n)>n+\sqrt{n}$.

यदि $n>1$ अभाज्य संख्या नहीं है, तो सिद्ध कीजिए कि $\sigma(n)>n+\sqrt{n}$ ।

(e) Prove that $\exp(2n\pi i)=1$.

सिद्ध कीजिए $\exp(2n\pi i)=1$ ।

(f) Separate $\sinh(x+iy)$ into real and imaginary parts. https://www.cbluonline.com

$\sinh(x+iy)$ को वास्तविक व काल्पनिक भागों में बाँटिए ।

(g) Show that :

$$\log(1+\cos 2\theta+i\sin 2\theta)=\log(2\cos\theta)+i\theta.$$

दिखाइए कि :

$$\log(1+\cos 2\theta+i\sin 2\theta)=\log(2\cos\theta)+i\theta.$$

https://www.cbluonline.com

(h) Prove that :

$$\frac{\pi}{4}=\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{7}\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3^3}+\frac{1}{7^3}\right)+\frac{1}{5}\left(\frac{2}{3^5}+\frac{1}{7^5}\right)\ldots\infty.$$

सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\pi}{4}=\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{7}\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3^3}+\frac{1}{7^3}\right)+\frac{1}{5}\left(\frac{2}{3^5}+\frac{1}{7^5}\right)\ldots\infty. \quad 8\times1=8$$

https://www.cbluonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.cbluonline.com